*Соломина Татьяна Григорьевна,*

*учитель математики*

*МБОУ «Промышленновская СОШ №56»*

*Пгт.Промышленная*

*Промышленновский МО*

**Задачи на смеси, сплавы и растворы**

**Введение**

В школьном курсе математики решение текстовых задач считается одним из самых сложных. Это объясняется в значительной степени тем, что если задачи другого рода требуют от своего решения формально-технического аппарата, применение которого алгоритмизировано, то решение текстовых сюжетных задач требует еще и этапа составления уравнения или системы уравнений, понимания имеющихся в задаче условий и перевода их на математический язык.

Данная методическая разработка содержит задачи, решение которых связано с понятиями «концентрация», «процентное содержание». В условиях таких задач речь идет, чаще всего, о сплавлении каких-либо металлов, растворении друг в друге различных веществ или переливании жидкостей, состоящих из нескольких компонентов.

Эти задачи входят в различные сборники заданий по подготовке к итоговой аттестации по математике за курс основной школы и включаются в варианты ЕГЭ.

**Повторение некоторых математических и химических понятий**

1) Представить в виде дроби проценты:

 а) 50% б) 43% в)125% г) 4,2%.

Для этого надо проценты разделить на 100:

50% = 0,5, 43% = 0,43, 125% = 1,25, 4,2 = 0,042

2)Что такое отношение чисел?

Это их частное. Например, отношение числа 20 к числу 80: 20 : 80 = 0,25 или $\frac{1}{4}$.

3)Нахождение дроби от числа**.**

Чтобы найти дробь от числа, нужно дробь умножить на число, например, 0,3 от 70 находится так: 0,3 · 70 = 21.

4)Решение линейных уравнений.

 0,25х + 0,13 (х+5) = 0,2 (2х+5), раскрыть скобки, перенести слагаемые с переменной в левую часть, а без переменной в правую, упростить каждую часть уравнения и найти значение переменной.

4)Определение концентрации.

 Долей (концентрацией, процентным содержанием) α основного вещества в смеси называется отношение массы основного вещества *m* в смеси к общей массе смеси *M:*

$ α=\frac{m}{M}∙\left(100\%\right) $$m= \frac{α∙M}{100\%}$

Эта величина может быть выражена либо в долях единицы, либо в процентах.

Пример раствора.  Если взять 180 граммов воды и добавить в воду 20 граммов соли, то получится раствор соли, его масса равна 180 + 20 = 200 граммов. Концентрация соли (процентное содержание соли) - это отношение количества соли к количеству раствора, записанное в процентах:

  (20 : 200)·100 = 10%.

Для составления схемы к задаче условимся изображать раствор в виде прямоугольника, где наверху записывается масса раствора или смеси, внизу – концентрация.

|  |
| --- |
| 200 г |
| 10% |

Пример смеси. К 15 кг цемента добавляется 45 кг песка, помещается содержимое ведер в ящик и тщательно перемешивается цемент с песком. Получается смесьцемента с песком, её масса равна 15 кг + 45 кг = 60 кг. Концентрация цемента (процентное содержание цемента) - это отношение количества цемента к количеству смеси, записанное в процентах:

 (15 : 60)∙100 = 25%.

Покажем эту смесь в виде прямоугольника:

|  |
| --- |
| 60 кг |
| 25% |

Далее определим соответствие математических знаков и слов, которые используются в задачах:

 смешали, перемешали: «+»;

 отлили: «-»;

 долили, добавили: «+».

Кроме того, следует учитывать, что в таких задачах действуетзакон сохранения объема или массы.

Если два сплава (раствора) соединяют в один «новый» сплав (раствор), то

V = V1 + V2 – сохраняется объем;m = m1+ m2 – сохраняется масса. Причем сохраняется масса не только раствора, но и чистого вещества. Например, смешали раствор воды с песком, в котором 4 кг песка и 10 кг воды, с другим раствором, в котором 10 кг песка и 20 кг воды. Тогда масса полученного раствора 44 кг, масса песка в полученном растворе 14 кг.

**Задачи**

Задача №1

 Имеется 30 кг 26% -го раствора соли. Требуется получить 40% -ый раствор соли. Сколько килограммов 50%-го раствора соли нужно добавить?

Следует обратить внимание на структуру задачи, сколько различных растворов в этой задаче?

 Имеется один раствор, к нему добавляется другой раствор и получается третий. Схематически это выглядит так:

 1 2 3

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 30 кг |  |   |  |   |
| 26% |  | 50% |  | 40% |

Учитывая, что второй раствор добавили к первому, между первым и вторым прямоугольниками ставим «+». Третий прямоугольник – это сумма двух растворов.

Из схемы видно, чего не хватает в задаче, т.е. что нужно найти. Обозначим массу второго раствора ***х.*** Тогда масса итогового раствора 30 + ***х*** (согласно закону сохранения объема или массы).

 1 2 3

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 30 кг |  + |  х |  = | 30 + х |
| 26% |  | 50% |  | 40% |

Учитывая закон сохранения массы вещества, имеем: если сложить массу соли (чистое вещество) из первого раствора с массой соли из второго вещества, то получим массу соли полученного вещества.

Чтобы записать эту схему в виде уравнения, надо проценты записать в виде дроби.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 30 |  + | х |  = | х + 30 |
| 0,26 |  | 0,5 |  | 0,4 |

30· 0,26 0,5х (30+х)· 0,4 *–* в этой строке указана масса соли каждого вещества (чтобы найти дробь от числа, надо эту дробь умножить на число).

Уравнение:

 30· 0,26 + х· 0,5=(30+х)· 0,4.

Возникает вопрос: можно ли переписать это уравнение в виде:

 30· 26+ х· 50 = (30+х) · 40, т.е. не переводить проценты в дробь?Ведь это облегчит вычисления и сократит решение задачи на один шаг. Как можно обосновать этот переход? Умножили обе части уравнения на число 100, получили равносильное уравнение. Значит, проценты в дробь переводить не нужно.

**Таким образом, алгоритм составления уравнения следующий: по вертикали из каждого прямоугольника необходимо найти массу чистого вещества, умножив массу или объем на концентрацию; по горизонтали составить уравнение согласно действиям в схеме.**

Решив уравнение, найдем значение х, т.е. массу второго раствора.

Задача №2

 Из чаши, содержащей 300 граммов 6%-го раствора уксусной кислоты, отлили некоторое количество этого раствора и добавили такое же количество воды. Определите, сколько граммов воды было добавлено, если известно, что в результате получили 2%-ый раствор уксусной кислоты.

Составляем схему. Определимся с количеством прямоугольников: было, отлили, долили, стало. Итого, 4 прямоугольника. Распишем в каждом прямоугольнике массу и концентрацию. Неизвестную массу обозначим ***х.***

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 300 | - | х | + | х | = | 300 |
| 6% |  | 6% |  | 0% |  | 2% |

Получается уравнение:

300 · 6 – 6х + х · 0 = 300 · 2

Решив уравнение, получаем 200г.

Задача №3

В сосуде находится 21л 10%-го раствора спирта. Из сосуда отлили $\frac{1}{3}$ содержимого, а к оставшейся части долили воду так, что сосуд оказался заполненным на$ \frac{5}{6}$ первоначального объема. Каково процентное содержание спирта в полученном растворе?

Рассчитаем, сколько литров отлили: найдем $\frac{1}{3}$ от числа 21. Получаем 7л. Найдем окончательный объем: $\frac{5}{6} от 21. При умножении этих чисел получается $ 17,5. Масса добавленной воды нас не интересует, т.к. ее концентрация равна 0. А при умножении на 0 в итоге получается 0.

Схема выглядит следующим образом:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 21 | - | 7 | + |   | = | 17,5 |
| 10% |  | 10% |  | 0% |  | х% |

Уравнение: 21·10 - 7·10 = 17,5 · х, откуда х=8.

Задача №4

Имеется два сосуда. Первый содержит 100 кг, а второй 60 кг раствора кислоты различной концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 19% кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 22 % кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом сосуде?

В этой задаче рассматриваются две ситуации, значит, будут две схемы, вводим две переменные и решаем с помощью системы уравнений.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 100 | + | 60 | = | 160 |
| х% |  | у% |  | 19% |

Уравнение: 100х + 60у = 160 · 19

Для составления второго уравнения не хватает массы составных частей. Обозначим каждую переменной ***р***.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| ***р*** | + | ***р*** | = | 2***р*** |
| х% |  | у% |  | 22% |

Тогда уравнение: ***р***х +***р***у =2***р*** · 22.

Разделим обе части уравнения на ***р≠***0:

х + у = 2 · 22.

Система уравнений следующая:

100х + 60у = 160 · 19,

х + у = 2 · 22;

Решение данной системы даёт ответ на поставленный вопрос.

Задача №5

Смешав 30%-ый и 60%-ый растворы кислоты и добавив 10 кг чистой воды, получили 36%-ый раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили бы 10 кг 50%-ого раствора той же кислоты, то получили бы 41%-ый раствор кислоты. Сколько килограммов 30%-го раствора использовали для получения смеси?

В задаче тоже две ситуации, значит, будут две схемы, и решаем с помощью системы уравнений:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| х |  | у |  | 10 |  | х+у+10 |
| 30% |  | 60% |  | 0% |  | 36% |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| х |  | у |  | 10 |  | х+у+10 |
| 30% |  | 60% |  | 50% |  | 41% |

Система уравнений имеет вид:

30х +60у +10 · 0 = 36(х + у +10),

30х +60у + 10 · 50 = 36(х + у +10);

Решив ее, получаем: у=30, х=60.Ответ: 60

Задача №6

Влажность свежих грибов 90%, а сухих 15%. Сколько сухих грибов получится из 1,7 кг свежих?

Задач такого типа, т.е. на сухие и свежие грибы, высушенное сено, виноград и изюм, абрикосы и урюк, хлеб и сухари, молоко и творог, встречается много. Их решение тоже сводится к схемам в виде прямоугольников, т.к. все эти продукты или растения состоят из влаги и сухого вещества. Значит, их можно считать растворами.

Сухие грибы получаются, когда из свежих грибов испаряется вода. При этом количество сухого вещества остается прежним. Так как в свежих грибах 90% влаги, то сухого вещества 10%; в сухих влаги 15%. Значит, сухого вещества 85%.

Тогда схема выглядит следующим образом:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1,7 | = | х |
| 10% |  | 85% |

Составляем уравнение: 1,7 · 10 = х ·85,

 х =0,2.

Решая уравнение, получим, что сухих грибов получится 0,2 кг.

Задача №7

Два сосуда со щелочью разных концентраций содержат вместе 20 литров раствора. Первый сосуд содержит 4 л щелочи, а второй – 6л. Сколько процентов щелочи содержит первый сосуд, если второй содержит щелочи на 40% меньше первого?

Эта задача отличается от всех предыдущих по своей структуре тем, что известны объемы чистого вещества. Таким образом, строка под прямоугольниками состоит из известных величин. Объем первого раствора –х, тогда второго – 20-х. Для заполнения нижней строки прямоугольников вспомним правило: концентрация – это отношение количества соли к количеству раствора, записанное в процентах Их концентрации будут соответственно (4/х) ·100 и (6/(20-х))·100. По условию концентрация второго раствора на 40% меньше концентрации первого. Составляем уравнение:

(4/х) ·100 - (6/(20-х))·100 = 40.

Решив уравнение и выполнив дополнительно действие, получаем ответ на вопрос.

**Заключение**

При решении любых текстовых задач наиболее важно правильно выбрать величину, которая принимается за неизвестную. Количество неизвестных не имеет значения, правильное составление системы позволит в ходе решения избавиться от лишних переменных.

Для преобразования условия задачи в математическую модель математические знания практически не нужны – здесь необходим практический смысл задачи, ее реальное представление.

Решая уравнения и системы уравнений нужно помнить, что в текстовых задачах все величины, как правило, положительны. Это даёт нам право на умножение, деление получающихся уравнений на величину, отличную от нуля.

Задачи выбраны из справочников и учебных пособий, из экзаменационных материалов, в том числе и вариантов ЕГЭ. Собранный материал можно использовать на уроках и для самоподготовки учащихся.

**Литература**

1.Лысенко,Ф.Ф. Математика: сборник заданий для учащихся 11 класса / Ф.Ф.Лысенко – Ростов-на-Дону: Легион, 2014.– 182 с.

2.Кочагин, В.В. Математика : сборник заданий для учащихся 9 класса / В.В. Кочагин. – М.: Экзамен 2014.– 334 с.

3.<http://mathege.ru>